**Bac 2023 SI Métropole Jour 2** [**https://labolycee.org**](https://labolycee.org)

**EXERCICE B ‒ Sagittarius A\* (10 points)**

Sagittarius A\* (Sgr A\*) est une source intense d’ondes radios localisée au centre de la Voie Lactée et associée à la présence d’un trou noir supermassif à environ 26 000 années-lumière du Système solaire.

Image en rayons X du centre galactique

Observatoire spatial Chandra

NASA/CXC/Caltech/M.Muno et al

Sagittarius A\*

On utilisera la notation Sgr A\* pour désigner ce trou noir d’environ 4,3 millions de masses solaires situé au centre de notre galaxie. Ce trou noir est l’objet attracteur d’un amas stellaire : une douzaine d’étoiles connues sont en orbite autour de ce trou noir et leur observation régulière a permis de bien connaître leurs caractéristiques.

Les mesures de la masse de Sagittarius A\*, notée *MA\**, évoluent. Une mesure en 2022 exploitant l’orbite de l’étoile la plus proche de Sgr A\* donnait une masse de 3,7 ± 1,5 millions de masses solaires. La dernière en date réalisée par l’exploitation des observations du télescope ESO-VLT en 2021 donne 4,30 ± 0,01 millions de masses solaires.

Sources : wikipedia, harvard.edu, Astronomy & Astrophysics, ESO

**Données :**

* constante gravitationnelle : *G* = 6,67 × 10-11 m3.kg-1.s-2 ;
* masse solaire : *MS* = 1,989 × 1030 kg.

On désire, à partir des informations orbitales des étoiles, évaluer la masse *MA\** de Sgr A\*.

Contrairement aux autres étoiles de l’amas stellaire, l’étoile nommée S1 a la particularité d’avoir une orbite quasi-circulaire ; on assimilera donc sa trajectoire à un cercle de rayon R, centré sur Sgr A\*.

On suppose que la seule action qui agit sur l’étoile S1 est l’attraction gravitationnelle exercée par Sgr A\*.

L’étude se fait dans un référentiel supposé galiléen. Sgr A\* est l’origine du repère dans lequel on suit le mouvement du système étudié S1. Les axes de ce repère pointent vers des étoiles lointaines.

**Q1.** Représenter sans souci d’échelle Sgr A\* et S1 en indiquant la force d’attraction gravitationnelle agissant sur S1. Indiquer sur la figure le repère de Frenet (S1, $\vec{u\_{t}}$, $\vec{u\_{n}}$), et le vecteur vitesse $\vec{v}$ de S1.

**Q2.** En appliquant la deuxième loi de Newton, établir l’expression du vecteur accélération de l’étoile S1 en fonction notamment de *G*, *MA\** et *R*.

**Q3.** Justifier que dans l’approximation d’un mouvement circulaire, la norme du vecteur vitesse de S1 dans le référentiel Sgr A\* est constante.

**Q4.** Donner l’expression de la norme *v* du vecteur vitesse de l’étoile S1 en fonction de *G*, de *MA\** et de *R* la distance entre l’étoile S1 et Sgr A\*.

**Q5.** En exploitant l’expression de la norme du vecteur vitesse et en notant T la période de S1 autour de Sgr A\*, démontrer que la troisième loi de Kepler pour ce mouvement circulaire peut s’écrire : $\frac{T^{2}}{R^{3}}=\frac{4π^{2}}{G×M\_{A^{\*}}}$.

À l’aide d’un programme en langage Python, et des mesures du spectrographe SINFONI installé sur le ESO-VLT, on obtient le graphique de la figure 1 qui représente pour cinq étoiles connues de l’amas stellaire autour de Sgr A\*, la variation du carré de la période de révolution, notée *T*, en fonction du cube du demi grand axe de la trajectoire noté *a*.



Figure 1. Étoiles en orbite autour de Sagittarius

**Q6.** L’expression de la loi de Kepler dans le cas du mouvement quasi-circulaire de S1 a été établie ci-dessus. Discuter de sa généralisation aux orbites non circulaires des autres étoiles de l’amas stellaire.

**Q7.** Déterminer à l’aide des questions précédentes la valeur de la masse *MA\** de Sgr A\*.

Commenter le résultat.